МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕКРАСНОДАРСКОГО КРАЯ
«КРАСНОДАРСКИЙ МОНТАЖНЫЙ ТЕХНИКУМ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению практических занятий
по ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для специальности

08.02.07 Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции

Краснодар
2019

Рассмотрена на заседании цикловой методической комиссии ______________________________ Протокол от «____»______20___г. №___ Председатель_________ /З.З.Хашханокова/	Утверждаю Заместитель директора по учебной работе ГБПОУ КК «КМТ» _________________________/Ж.Г.Рувина/ «_____»_____________ 20___ г.

Методические рекомендации по выполнению практических занятий предназначены для закрепления теоретических знаний и приобретение необходимых практических навыков и умений по программе учебной дисциплины ЕН.01 МАТЕМАТИКА, составлены в соответствии с учебным планом и рабочей программой ЕН.01 МАТЕМАТИКА по специальностям технического профиля среднего профессионального образования 08.02.07 Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции.

Организация разработчик: - государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Краснодарского края «Краснодарский монтажный техникум»

Составитель : Егорова Лариса Валерьевна, преподаватель математики ГБПОУ КК «КМТ»

Пояснительная записка

Методические рекомендации по выполнению практических занятий по учебной дисциплинеЕН.01 МАТЕМАТИКА составлены в соответствии с учебным планом и рабочей программой дисциплины по специальностям технического профиля 08.02.07 Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции.

В соответствии с рабочей программой ЕН.01 МАТЕМАТИКА на изучение учебной дисциплины предусмотрено 56 часов, из которых 36 часов на проведение практических занятий.

Цель проведения практических занятий: формирование практических умений, необходимых в последующей профессиональной и учебной деятельности.

Задачи:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знания по конкретным темам;
- формирование умения применять полученные знания на практике;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

В программу включено содержание, направленное на формирование у обучающихся общих и профессиональных компетенций, необходимых для качественного освоения ОПОП СПО.

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей;

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях;

ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:
находить производные, вычислять определенные и неопределенные интегралы, решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления, решать простые дифференциальные уравнения; находить значение функций с помощью ряда Маклорена.

Перечень практических занятий

Наименование раздела (темы)	Практическое занятие	Содержание практического занятия	Кол-во часов
Раздел 1 Математический анализ	**Практическое занятие №1** Вычисление пределов функции	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №2 Исследование функций на непрерывность	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №3 Вычисление производных сложных функций	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №4 Применение производной к решению задач	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №5 *Разложение функций в ряд Маклорена*	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №6 Интегрирование функций	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №7 Формула Ньютона – Лейбница	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для	2

		самостоятельной работы	
	Практическое занятие №8 Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №9 Частное и общее решение дифференциальных уравнений	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №10 Решение дифференциальных уравнений	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №11 Задача Коши	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
Раздел 2 Численные методы	**Практическое занятие №12** Решение задач на вычисление погрешностей	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №13 Приближенные вычисления значений функции.	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
Раздел 3 Дискретная математика	**Практическое занятие №14** Операции над множествами	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие № 15 Операции на графах	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых	2

		примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	
Раздел 4 Элементы теории вероятности и математической статистики	**Практическое занятие №16** Решение комбинаторных задач	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №17 Сложение и умножение вероятностей	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
	Практическое занятие №18 Дискретная случайная величина.	1.Изучение теоретического материала 2.Разбор типовых примеров и задач 3. Решение задач для самостоятельной работы	2
Итого			36

Критерии оценки

Отметка 5 – «отлично» выставляется, если студент имеет глубокие знания учебного материала по теме практического занятия, показывает усвоение взаимосвязи основных понятий, используемых в работе, самостоятельно выполнил все рекомендации по выполнению практической работе, смог ответить на контрольные вопросы, даёт правильный алгоритм решения задачи, выполнены поставленные цели работы.

Отметка 4 – «хорошо» выставляется, если студент показал знание учебного материала, допускает небольшие неточности при выполнении экспериментальных заданий и расчетов, смог ответить почти полно на все контрольные вопросы.

Отметка 3 – «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом освоил материал практической работы, но затрудняется с выполнением всех заданий практической работы без помощи преподавателя, ответил не на все контрольные вопросы.

Отметка 2 – «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала практической (лабораторной)работы, не может самостоятельно выполнить задания практической работы, не раскрыл содержание контрольных вопросов.

Практическое занятие 1

1.Название темы Вычисление пределов функции

2.Учебные цели: сформировать понятие предела функции в точке и на бесконечности

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1. Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.
2 Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3 После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Предел функции

Число A называют пределом функции $f(x)$ в точкеa, если при $x \to a$, $f(x) \to A$.

$$\lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Бесконечно малые и бесконечно большие функции

Функция $f(x)$ называется бесконечно малой при $x \to a$, если

$$\lim_{x \to a} f(x) = 0$$

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой при $x \to a$, если

$$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$$

Свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций

Если функции $f(x)$ и $g(x)$ бесконечно малые при $x \to a$, то $(f(x)+g(x))$ бесконечно малая при $x \to a$.

Если функция $f(x)$ бесконечно малая при $x \to a$ и $g(x)$ – ограниченная, то $(f(x) \cdot g(x))$ – бесконечно малая.

Если существует $\lim_{x \to a} f(x) = A$, а $g(x)$ – бесконечно большая при $x \to a$, то

$\lim\limits_{x\to a}(f(x)+g(x))=\infty$; $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$.

Если при $x\to a$, $f(x)$ – бесконечно малая, то $\dfrac{1}{f(x)}$ – бесконечно большая.

Если при $x\to a$, $f(x)$ – бесконечно большая, то $\dfrac{1}{f(x)}$ – бесконечно малая.

Теоремы о пределах

Если существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, тосуществует предел суммы (разности) этих функций, который равен сумме (разности) пределов функций $f(x)$ и $g(x)$:

$$\lim_{x\to a}(f(x)\pm g(x))=\lim_{x\to a}f(x)\pm\lim_{x\to a}g(x).$$

Если существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$, тосуществует предел произведения этих функций, который равен произведению пределов этих функций:

$$\lim_{x\to a}(f(x)\cdot g(x))=\lim_{x\to a}f(x)\cdot\lim_{x\to a}g(x).$$

Если существуют пределы функций $f(x)$ и $g(x)$при $x\to a$ и предел $g(x)\neq 0$, то существует предел частного этих функций, который равен отношению их пределов:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}.$$

Следствие: постоянный множитель можно вынести за знак предела:

$$\lim_{x\to a}(kf(x))=k\lim_{x\to a}f(x).$$

Пример 1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{9x^2+8x-1}{9x-1}$.

Решение. Здесь применима теорема о пределе частного.

Разложим на множители квадратный трехчлен, для этого достаточно найти корни x_1 и x_2 квадратного уравнения$ax^2+bx+c=a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$:

$$9x^2+8x-1=9\cdot(x-\frac{1}{9})\cdot(x+1).$$

Под знаком предела сократим одинаковые множители и перейдем к пределу:

$$\lim_{x\to 1}\frac{9x^2+8x-1}{9x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{9\left(x-\frac{1}{9}\right)(x+1)}{9x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(9x-1)(x+1)}{9x-1}=\lim_{x\to 1}(x+1)=1+1=2.$$

Пример2. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x^3-x^2-x+1}$.

Решение. Обнаружив неопределенность $\dfrac{0}{0}$, раскладываем многочлены в числителе и в знаменателе на множители:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^3-x^2-x+1}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x^2-1)(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x^2-1}=\infty .$$

Числитель дроби стремится к конечному пределу, равному 3, а знаменатель при $x\to 1$ является бесконечно малой, тогда дробь при $x\to 1$ является бесконечно большой.

Для раскрытия неопределенности $\dfrac{\infty}{\infty}$ следует числитель и знаменатель разделить на одну и ту же старшую степень переменной.

Пример 3. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^3+5x^2-7x+3}{5x^3-3x-10}$.

Решение. В заданном пределе $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^3+5x^2-7x+3}{5x^3-3x-10}$ числитель и знаменатель не имеют конечных пределов, имеем неопределенность $\dfrac{\infty}{\infty}$. Поделив одновременно числитель и знаменатель на x^3, получим

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+5x^2-7x+3}{5x^3-3x-10}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{5}{x}-\frac{7}{x^2}+\frac{3}{x^3}}{5-\frac{3}{x^2}-\frac{10}{x^3}}=\frac{2}{5},$$

т. к. каждая из дробей $\dfrac{5}{x},\dfrac{7}{x^2},\dfrac{3}{x^3},\dfrac{3}{x^2},\dfrac{10}{x^3}$ является бесконечно малой и стремится к нулю.

Задания для самостоятельного решения

1 вариант	**2 вариант**	**3 вариант**
1) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x^2-1}$;	1) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-25}{x+5}$;	1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{x-3}$;
2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$;	2) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+2x}{x^2+5x+6}$;	2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-11x-3}{3x^2-8x-3}$;
3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2}{x^2-1}$;	3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x}{x^2-8}$;	3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+2x+x^3}{10x^3+x^2-80}$;
4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{x}$.	4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$.	4) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{6-x}{3-\sqrt{x+3}}$.

4 вариант	5 вариант	6 вариант
1) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{2(x^2-1)}$; 2) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^2+11}{x^2-1+3x^3}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}$.	1) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3+64}{x+4}$; 2) $\lim\limits_{x\to -\frac{2}{3}}\dfrac{3x^2+5x+2}{3x^2+8x+4}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x+6}{-3x^3+x^2-26}$; 4) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}$.	1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{1-x^2}$; 2) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x-4}{3x^2-13x+4}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-x^4}{1-x^2-8x^4}$; 4) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x-5}{2-\sqrt{x-1}}$.
7 вариант	**8 вариант**	**9 вариант**
1) $\lim\limits_{x\to\sqrt{5}}\dfrac{x^4-25}{x^2-5}$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-7x+3}{3x^2-2x-1}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^2-x-6}{3x-x^2}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}$.	1) $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}$; 2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-11x-3}{5x^2-16x+3}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{20x^2-5x+4}{20x-5}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2}x}{\sqrt{2-x}-\sqrt{2+x}}$.	1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2-2x}{2x^2-5x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-2x^2+3}{3x^3-5}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$.

Контрольные вопросы

1. Что называется пределом функции в точке?
2. Сколько пределов может иметь функция в точке?
3. Сформулируйте теоремы о пределах.
4. Какие способы раскрытия неопределенностей вы знаете?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки.

Практическое занятие 2

1.Название темы Исследование функций на непрерывность
2.Учебные цели: сформировать понятие непрерывности функции в точке и на отрезке
3. Продолжительность занятия: 2 часа
4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям
5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

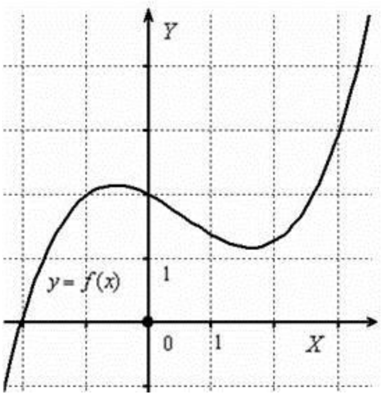
2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.

3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

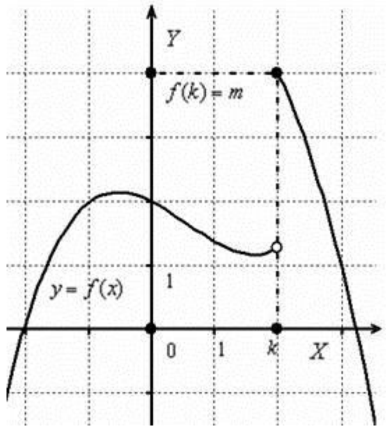
Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация

Рассмотрим некоторую функцию $y = f(x)$, непрерывную на всей числовой прямой:



Очевидно, что график непрерывной функции можно начертить, не отрывая карандаша от бумаги.

При этом следует чётко отличать два простых понятия: область определения функции и непрерывность функции. В общем случае это не одно и то же. Например:



Данная функция определена на всей числовой прямой, то есть для каждого значения «икс» существует своё значение «игрека» $y = f(x)$. В частности, если $x = k$, то $y = f(k) = m$. Заметьте, что другая точка выколота, ведь по определению функции, значению аргумента должно соответствовать *единственное* значение функции. Таким образом, область определения нашей функции: $D(f) = \Re$.

Однако эта функция не является непрерывной на $\Re$! Совершенно очевидно, что в точке $x = k$ она терпит разрыв. Термин тоже вполне вразумителен и нагляден, действительно, карандаш здесь по любому придётся оторвать от бумаги. Немного позже мы рассмотрим классификацию точек разрыва.

Определение. Функция непрерывна в точке k, если предел функции в данной точке равен значению функции в этой точке: $\lim\limits_{x \to k} f(x) = f(k)$.

Определение детализируется в следующих условиях:

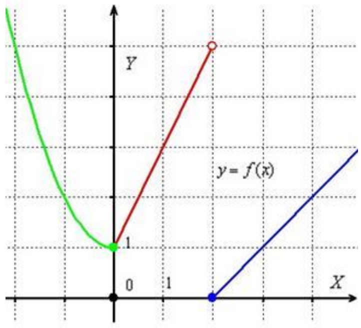
1) Функция должна быть определена в точке k, то есть должно существовать значение $f(k)$.

2) Должен существовать общий предел функции $\lim\limits_{x \to k} f(x)$. Как отмечалось выше, это подразумевает существование и равенство односторонних пределов: $\lim\limits_{x \to k-0} f(x) = \lim\limits_{x \to k+0} f(x)$.

3) Предел функции в данной точке должен быть равен значению функции в этой точке: $\lim\limits_{x \to k} f(x) = f(k)$.

Пример. Рассмотрим кусочную функцию и выполним её чертёж

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если} \quad x \le 0 \\ 1 + 2x, & \text{если} \quad 0 < x < 2 \\ x - 2, & \text{если} \quad x \ge 2 \end{cases}$$



Сейчас нас будет интересовать только точка $x=2$. Исследуем её на непрерывность:

1) $f(2)=2-2=0$ – функция определена в данной точке.

2) Вычислим односторонние пределы.

Слева у нас красный отрезок прямой, поэтому левосторонний предел: $\lim\limits_{x\to 2-0}(1+2x)=1+2\cdot 2=5$

Справа – синяя прямая, и правосторонний предел: $\lim\limits_{x\to 2+0}(x-2)=2-2=0$

В результате получены *конечные числа*, причем они *не равны*. Поскольку односторонние пределы конечны и различны: $\lim\limits_{x\to 2-0}(1+2x)\neq \lim\limits_{x\to 2+0}(x-2)$, то наша функция терпит *разрыв первого рода со скачком*.

Задания для самостоятельного решения

Для каждой из следующих функций найти точки разрыва, если они существуют, скачок функции в каждой точке и построить схематичный график.

Указание. 1)Функция может иметь разрыв в точках, где она не определена.

2) Если функция задана несколькими различными формулами для различных интервалов изменения аргумента, то она может иметь разрывы в точках, где меняется ее аналитическое выражение.

Вариант 1	Вариант 2
1).y= $\frac{1}{x^2-3x-4}$ 2) y= $f(x)=\begin{cases}-x^2, & x\le 2\\ x, & x>2\end{cases}$	1) y= $\frac{4}{x^2-6x+5}$ 2) y= $f(x)=\begin{cases}-x, & x\le -1\\ x^2, & x>-1\end{cases}$

Контрольные вопросы

1.Дайте определение непрерывности функции в точке.
2.Что такое точки разрыва функции?
3.Приведите примеры непрерывной функции.

7.Форма отчета: Выполните задания на листах
8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки.

Практическое занятие 3

1.Название темы Вычисление производных сложных функций

2.Учебные цели: отработка умений и навыков дифференцирования сложных функций

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.

3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Производная сложной функции

Теорема. *Пусть y = f(x); u = g(x), причем область значений функции u входит в область определения функции f.*

Тогда $y' = f'(u) \cdot u'$

Если $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}),\ \boldsymbol{u} = \varphi(\boldsymbol{x})$, т.е. $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\varphi(\boldsymbol{x}))$ - сложная функция, то $\boldsymbol{y}'_x = \boldsymbol{f}'(\boldsymbol{u}) \cdot \boldsymbol{u}'$.

На основании определения производной и правил дифференцирования составлена таблица производных сложных функций.

1 $\left(u^{\alpha}\right)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u' \ \ (\alpha \in R)$,

2 $\left(a^{u}\right)' = a^{u} \cdot \ln a \cdot u'$,

3 $\left(e^{u}\right)' = e^{u} \cdot u'$,

4 $(\log_a u)' = \dfrac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$,

5 $(\ln u)' = \dfrac{1}{u} \cdot u'$,

6 $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$,

7 $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$,

8 $(tgu)' = \dfrac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$,

9 $(ctgu)' = -\dfrac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$,

10 $(\arcsin u)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$,

11 $(\arccos u)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$,

12 $(arctg\, u)' = \dfrac{1}{1+u^2} \cdot u'$,

13 $(arcctg\, u)' = -\dfrac{1}{1+u^2} \cdot u'$.

Пример 1. Найти производную функции $y = (x^3 - 3x^2 + 1)^3$

Решение.

Используем формулу $(u(x)^n)' = n \times u(x)^{n-1} \times (u(x))'$

$$y' = 3(x^3 - 3x^2 + 1)^2 \times (x^3 - 3x^2 + 1)' = 3(x^3 - 3x^2 + 1)^2 \times (3x^2 - 6x)$$

Пример 2. Найти производную функции $y = \cos(4 - 2x)$

Решение.

Используем формулу $(\cos(u(x)))' = -\sin(u(x)) \times (u(x))'$

$$y' = -\sin(4 - 2x) \times (4 - 2x)' = -\sin(4 - 2x) \times (0 - 2) = 2\sin(4 - 2x)$$

Пример 3. Найти производную функции $y(x) = 3^{\cos x}$

Решение. Поскольку $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$, то по правилу производной сложной функции получаем

$$y'(x) = \left(3^{\cos x}\right)' = 3^{\cos x} \cdot \left(\cos x\right)' = -\sin x \cdot 3^{\cos x}.$$

Задания для самостоятельного решения

Вычислите значение «сложной» производной в указанной точке:

1 вариант 1) $f(x) = \sin^2 x;\ \ f'(\pi/4);$ 2) $f(x) = \ln\cos x;\ \ f'(-\pi/3);$ 3) $f(x) = \sin 2x - \cos^2 x;\ \ f'(0);$ 4) $f(x) = \ln tgx;\ \ f'(\pi/4);$ 5) $f(x) = e^{\sin x};\ \ f'(0).$	**2 вариант** 1) $f(x) = \cos^2 x;\ \ f'(-\pi/4);$ 2) $f(x) = \ln\sin x;\ \ f'(\pi/6);$ 3) $f(x) = \sin^2 x + \cos 2x;\ \ f'(0);$ 4) $f(x) = \ln ctgx;\ \ f'(-\pi/4);$ 5) $f(x) = e^{\cos 2x};\ f'(\pi/4).$
3 вариант 1) $f(x) = \ln\sin^2 x;\ \ f'(\pi/4);$ 2) $f(x) = \cos^2 x^2;\ \ f'(\sqrt{\pi}/2);$ 3) $f(x) = 2\sin^2 x\cos x;\ \ f'(\pi/2);$ 4) $f(x) = tg^2 3x;\ \ f'(0);$ 5) $f(x) = e^{\sin 2x} - 3e^{\cos 2x};\ f'(0).$	**4 вариант** 1) $f(x) = -2\sin^2 x;\ \ f'(-\pi/4);$ 2) $f(x) = \ln\cos x;\ \ f'(\pi/3);$ 3) $f(x) = 2\sin 2x + 3\cos 3x;\ \ f'(0);$ 4) $f(x) = \ln tgx;\ \ f'(\pi/4);$ 5) $f(x) = e^{-2\sin x};\ \ f'(0).$

Контрольные вопросы

1.Сформулируйте определение сложной функции.

2.Сформулируйте определение производной сложной функции

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки.

Практическое занятие 4

1.Название темы Применение производной к решению задач

2.Учебные цели: определение точек максимума (минимума) функции; зависимость поведения функции от знака первой производной

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Исследование функции с помощью производной.
1). *Монотонность* функции y=*f(x)*:
Если $y'>0$ на *(а;в)* , то *f(x)* возрастает на *(а;в)*
Если $y'<0$ на *(а;в)* , то *f(x)* убываетна *(а;в)*
2). *Экстремумы* функции
Точки максимума и минимума называют точками экстремума функции.
Теорема Ферма (необходимое условие для экстремума). Если точка x_0-точка локального экстремума для функции *f(x)*, то в этой точке производная равна нулю.
Точки области определения функции *f(x)*, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются критическими точками функции.
Достаточное условие для экстремума. Пусть функция *f(x)*непрерывна в точке x_0 и дифференцируема в некоторой ее окрестности. Тогда, если *f'(x)*меняет знак при переходе через точку x_0, то x_0- точка локального экстремума (если с «+» на «-»-максимум, если же с «-» на «+» -минимум).
Пример. Исследовать функцию $f(x) = x^2 + 2x - 3$
Решение.
1) Область определения функции: D(y)= $(-\infty, +\infty)$
2) Найдем критические точки функции. Имеем $y'=2x+2;$ $2x+2=0$; $x=-1$.
3) Знаки производной $f'(x)$ в каждом промежутке можно найти

непосредственной подстановкой точки из рассматриваемого промежутка. Так, $f'(-2)=-2<0$, $f'(2)=2>0$. Следовательно, в промежутке $(-\infty,-1)$ функция убывает, а в промежутке $(-1,\infty)$-возрастает. При $x=-1$ функция имеет минимум, равный

$$f(-1)=f_{min}=(-1)^2+2(-1)-3=1-2-3=-4.$$

Составим таблицу:

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1,\infty)$
$f'(x)$	-	**0**	+
$f(x)$	$\searrow$	$f_{min}=-4$	$\nearrow$

Ответ .

Функция возрастает на промежутке (-1;+∞), убывает на промежутке (-∞; -1), $f_{min}=-4$.

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1.

Найдите точки экстремума функции

$$f(x)=3x^4-4x^3+2.$$

Вариант 2.

Найдите точки экстремума функции

$$f(x)=2x^3-3x^2-1.$$

Вариант 3.

Найдите точки экстремума функции

.

$$f(x)=3x^2-2x^3+6.$$

Контрольные вопросы

1.Сформулируйте теорему о монотонности функции.
2.Сформулируйте необходимое и достаточное условия существования экстремума функции
3.Какие точки называют критическими, точками экстремума?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах
8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 5

1.Название темы Разложение функций в ряд Маклорена

2.Учебные цели:научиться разлагать функцию в степенной ряд, т.е. представлять в виде суммы степенного ряда, использовать разложение функции для вычисления приближенных значений.

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М.ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Многочисленные применения дифференциального исчисления в естествознании и технике основываются на *теореме Тейлора*:

Пусть функция $f(x)$имеет в некоторой окрестности точки x_0 производные $f'(x), f''(x), f'''(x), \ldots, f^{(n)}$. Тогда для любой точки x из этой окрестности имеет место равенство

$$f(x)= f(x_0) +\frac{f'(x_0)}{1!}\cdot(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+\frac{f'''(x_0)}{3!}\cdot(x-x_0)^3+\ldots+\frac{f^{(n)}}{n!}\cdot(x-x_0)^n+\ldots$$

Эта формула называется *формулой Тейлора* .

В случае x_0 =0 формула примет вид

$$f(x)= f(0) +\frac{f'(0)}{1!}\cdot x+\frac{f''(0)}{2!}\cdot x^2+\frac{f'''(0)}{3!}\cdot x^3+\ldots$$

и называется формулой Маклорена. Она дает разложение функции по степеням самой неизвестной переменной.

Примеры. Каждую из данных функций заменить многочленом *n-й* степени: 1). e^x ; 2). $\sin x$

Решение.

Чтобы получить приближенное выражение данной функции в виде многочлена относительно независимой переменной x, следует написать для нее многочлен Маклорена.

1) Вычисляем значения самой функции и ее производных при x=0

$f(x)= e^x$; $f'(x)= f''(x)= f'''(x)=\ldots= e^x$

$f(0)= f'(0)= f''(0)= f'''(0)=\ldots= 1$

и пользуясь многочленом Маклорена, получим искомое приближенное выражение данной функции в виде многочлена *n-й* степени:

$e^x \approx 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots$, полагая *n=1*, получим $e^x \approx 1+x$.

2) Вычисляем значения функции $\sin x$ и ее производных при x=0

$f(x)=\sin x$; $f'(x)= \cos x$; $f''(x)= -\sin x$; $f'''(x)=-\cos x$ ...

$f(0)=0$; $f'(0)=1$; $f''(0)=0$; $f'''(0)=-1$

Здесь при x=0 все производные четного порядка равны нулю. Поэтому многочлен Маклорена будет содержать только нечетные степени x:

$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots$

Это приближенное равенство отчетливо выражает нечетность функции, т.е. $\sin(-x)=-\sin x$. Полагая *n=1*, получим $\sin x \approx x$.

Задания для самостоятельного решения

Разложить в ряд Маклорена функции:

1) $f(x)= \cos x$, 2) $f(x)=e^{-x}$, 3) $f(x)=\frac{3}{4-x}$, 4) $f(x)= 5^x$

Контрольные вопросы

1. Записать формулы разложения функций Тейлора и Маклорена.
2. Сформулировать правило нахождения производных высших порядков.

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 6

1.Название темы Интегрирование функций

2.Учебные цели: научиться вычислять неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования, замены переменной

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М.ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения задач

Неопределенный интеграл

Функция *F(x)* называется *первообразной* для функции *f(x)* в промежутке $a \le x \le b$, если в любой точке этого промежутка ее производная равна

$$F'(x) = f(x) \Rightarrow dF(x) = f(x)dx, \quad a \le x \le b$$

Совокупность всех первообразных функций F(x) + c для функции f(x) на некотором промежутке называется *неопределённым интегралом* и обозначается

$\int f(x)dx = F(x) + C$, где $f(x)dx$ называется подынтегральным выражением, x – переменной интегрирования, а С -произвольной постоянной интегрирования.

Процесс нахождения первообразной функции называется *интегрированием*

Основные формулы интегрирования

1. $\int dx = x$ +C;

2. $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}$ +C; $(n \ne -1)$

3. $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x|$ +C;

4. $\int e^x dx = e^x$ +C;

5. $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a}$ +C;

6. $\int \sin x dx = -\cos x$ +C;

7. $\int \cos x dx = \sin x$ +C;

8. $\int \dfrac{dx}{\cos^2 x} = tgx$ +C;

9. $\int \dfrac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx$ +C;

10. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C;$

11. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \dfrac{x}{a} + C;$

12. $\int \dfrac{dx}{1+x^2} = arctgx + C;$

13. $\int \dfrac{dx}{a^2 + x^2} = \dfrac{1}{a} arctg \dfrac{x}{a} + C;$

14. $\int \dfrac{dx}{x^2 - a^2} = \dfrac{1}{2a} \ln \left| \dfrac{x-a}{x+a} \right|$ +C;

15. $\int \dfrac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right|$ +C;

16. $\int \ln x dx = x \ln x - x$ +C;

Основные свойства неопределенного интеграла

1. Неопределенный интеграл от дифференциала функции равен этой функции плюс произвольная постоянная:

$$\int dF(x) = F(x) + C$$

2. Дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению, а производная неопределенного интеграла равна подынтегральной функции:

$$d\int f(x)dx = f(x)dx, \qquad \left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$$

3. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме неопределенных интегралов от этих функций:

$$\int [f(x) + \varphi(x)]dx = \int f(x)dx + \int \varphi(x)dx$$

4.Постоянный множитель подынтегрального выражения можно выносить за знак неопределенного интеграла:

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx, \; a \neq 0.$$

Метод непосредственного интегрирования

Под непосредственным интегрированием понимают способ интегрирования, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции и применения свойств неопределенного интеграла приводятся к одному или нескольким табличным интегралам.

Пример. Вычислить: 1) $\int (5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 1)dx$; 2) $\int \dfrac{(x+2)^3 dx}{x}$;

Решение.

1). $\int(5x^4-4x^3+3x^2-1)dx=5\int x^4dx-4\int x^3dx+3\int x^2dx-\int dx=x^5-x^4+x^3-x+C$

2). $\int\frac{(x+2)^3dx}{x}=\int\frac{x^3+6x^2+12x+8}{x}dx=\int(x^2+6x+12+\frac{8}{x})dx=\frac{1}{3}x^3+3x^2+12x+8\ln|x|+C$

Интегрирование методом замены переменной

Сущность интегрирования методом замены переменной (способом подстановки) заключается в преобразовании интеграла $\int f(x)dx$ в интеграл $\int F(t)dt$, который легко вычисляется по таблице значений неопределенных интегралов.

Для нахождения интеграла $\int f(x)dx$ заменяем переменную *x* новой переменной *t*. Дифференцируя равенство, получаем выражение *dx*. После того как интеграл относительно новой переменной *t* будет найден, с помощью обратной подстановки он приводится к переменной *x*.

Пример 1.

Вычислите интеграл методом замены переменной: $\int\cos(5x+3)dx$.

Решение. С помощью замены части подынтегрального выражения приведем заданный интеграл к табличному виду:

$$\int\cos(5x+3)dx=\left|\begin{array}{l}t=5x+3\\(5x+3)'dx=dt\\5dx=dt\\dx=\dfrac{dt}{5}\end{array}\right|=\frac{1}{5}\int\cos tdt=\frac{\sin t}{5}+c=\frac{\sin(5x+3)}{5}+c$$

Пример 2.

Вычислите интеграл методом замены переменной: $\int(2x+1)^{10}dx$.

Решение. С помощью замены части подынтегрального выражения приведем заданный интеграл к табличному виду:

$$\int(2x+1)^{10}dx=\left|\begin{array}{l}t=2x+1\\(2x+1)'dx=dt\\2dx=dt\\dx=\dfrac{dt}{2}\end{array}\right|=\frac{1}{2}\int t^{10}dt=\frac{t^{11}}{2*11}+c=\frac{(2x+1)^{11}}{22}+c\,.$$

Задания для самостоятельного решения

1 вариант	**2 вариант**	**3 вариант**
1) $\int(x^2+3)^5xdx$; 2) $\int\frac{x}{x^2-1}dx$; 3) $\int\cos^3xdx$;	1) $\int4(x^4-1)^2x^3dx$; 2) $\int\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$;	1) $\int\frac{6x^2dx}{(1-2x^3)^4}$; 2) $\int\frac{xdx}{4x^2+1}$;

4) $\int \frac{\sin 3x dx}{2+\cos 3x}$.	3) $\int \frac{dx}{(4-3x)^2}$; 4) $\int \sqrt[3]{(3x+1)^2}\,dx$.	3) $\int (7-2x)^3\,dx$; 4) $\int \frac{3}{x+5}\,dx$.
4 вариант 1) $\int \frac{dx}{(5x+1)^3}$; 2) $\int \frac{3}{12-x}\,dx$; 3) $\int (5t-1)^4\,dt$; 4) $\int \sqrt[3]{(-4x+1)^5}\,dx$.	**5 вариант** 1) $\int \frac{\sin 2x dx}{1-\cos 2x}$; 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$; 3) $\int (2x^3-3)^2 x^2 dx$; 4) $\int \frac{x^3 dx}{(5x^4+3)^5}$.	**6 вариант** 1) $\int (x^3+1)x^2 dx$; 2) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\,dx$; 3) $\int \frac{x dx}{(5x^2+1)^3}$; 4) $\int \frac{10}{1-4x}\,dx$.
7 вариант 1) $\int tgx dx$; 2) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$; 3) $\int 3x^2\sqrt{2x^3-1}\,dx$; 4) $\int 2x\sqrt{\left(1-3x^2\right)^3}\,dx$.	**8 вариант** 1) $\int x^2\sqrt{x^3+5}\,dx$; 2) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1-\sin x}}$; 3) $\int (x^4-2)^2 x^3 dx$; 4) $\int \sin\left(\frac{x}{5}\right) dx$.	**9 вариант** 1) $\int \sin 3x dx$; 2) $\int x\sqrt{1-x^2}\,dx$; 3) $\int \frac{12x dx}{(5x^3+1)^2}$; 4) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+3\sin x}}$.

Контрольные вопросы

1. Какая функция называется первообразной для функции *f(x),* при $x \in (a; b)$?
2. Что называется неопределенным интегралом?
3. Перечислите основные формулы интегрирования.
4. Сформулируйте суть метода непосредственного интегрирования.
5. Сформулируйте суть метода замены переменной.

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки.

Практическое занятие 7

1.Название темы Формула Ньютона – Лейбница

2.Учебные цели: научиться вычислять определенные интегралы по формуле Ньютона- Лейбница

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М.ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.

3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Определенный интеграл

Приращение F (b) – F (a) любой из первообразных функций F(x)+C при изменении аргумента от x = a до x = b называется определённым интегралом от a до b функции *f (x)* и обозначается:

$$\int_a^b f(x)dx.$$

Для вычисления определенного интеграла от функции $f(x)$ в том случае, когда можно найти соответствующий неопределенный интеграл $F(x)$, служит формула Ньютона –Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

т.е. определенный интеграл равен разности значений первообразной при верхнем и нижнем пределах интегрирования.

2. Свойства определённого интеграла.

<u>1.</u> Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла

$$\int_a^b Af(x)dx = A\int_a^b f(x)dx$$

2. Определённый интеграл от алгебраической суммы двух непрерывных функций равен алгебраической сумме их интегралов

$$\int_a^b \left(f(x) \pm g(x) \right) dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

3. Если $a<c<b$, то $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

Вычислить определенный интеграл

Пример 1.

$$\int_2^{10} (3t^2 + 2t + 1)dt = \left(\frac{3t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + t \right)\Bigg|_2^{10} = \left(t^3 + t^2 + t \right)\Big|_2^{10} =$$

$$= \left(10^3 + 10^2 + 10\right) - \left(2^3 + 2^2 + 2\right) = 1110 - 14 = 1096.$$

Пример 2.

$$\int_0^{\pi} \left(2e^{2x} + 3\cos x\right)dx = 2\int_0^{\pi} e^{2x}dx + 3\int_0^{\pi} \cos x dx = \left(e^{2x} + 3\sin x\right)\Big|_0^{\pi} = \left(e^{2\pi} + 3\sin\pi\right) - \left(e^0 + 3\sin 0\right) =$$

$$= e^{2\pi} - 1 \approx 534{,}492$$

Пример 3.

$$\int_1^8 \left(4x - \frac{1}{3^3\sqrt{x^2}} \right) \cdot dx = 4\int_1^8 xdx - \frac{1}{3}\int_1^8 x^{-2/3}dx = 2x^2\Big|_1^8 - \sqrt[3]{x}\Big|_1^8 = 2(8^2 - 1) - (\sqrt[3]{8} - 1) = 2 \cdot 63 - 1 = 125$$

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

1) $\int_{-\frac{n}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ 2) $\int_{-1}^{1} 3(1 + z^2)dz$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

3) $\int_{-2}^{1} (5 - 2x)^2 dx$ 4) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{3 - \cos x}dx$ 5) $\int_0^1 e^{x^2} xdx$

Вариант 2:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

1) $\int\limits_{-\frac{n}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ 2) $\int\limits_{-1}^{1} 5(y^2+1)dy$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

3) $\int\limits_{2}^{3} (2x-1)^2 dx$ 4) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2+\sin x}dx$ 5) $\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} 3e^{x^3} x^2 dx$

Вариант 3:

1. Вычислить методом непосредственного интегрирования следующие определенные интегралы:

1) $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ 2) $\int\limits_{0}^{2} 4(x-x^3)dx$

2. Вычислить следующие интегралы методом подстановки:

3) $\int\limits_{4}^{5} (4-x)^3 dx$ 4) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{12}} \frac{dx}{\cos^2 3x}$ 5) $\int\limits_{0}^{\frac{n}{2}} \sqrt{3\sin x+1}\cos x dx$

Контрольные вопросы

1. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
2.Запишите формулу Ньютона-Лейбница
3.Какие основные свойства определенного интеграла вы знаете?
4. В чем заключается метод непосредственного интегрирования?
5.С каким способом интегрирования вы еще знакомы и в чем его суть?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки.

Практическое занятие 8

1.Название темы Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.

2.Учебные цели: научиться вычислять площади плоских фигур с помощью определенных интегралов

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

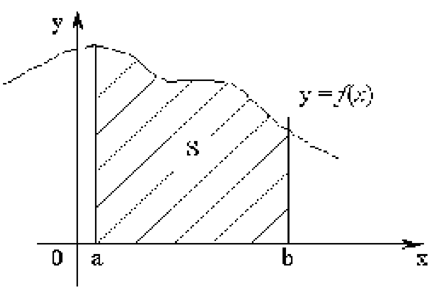
Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Определенный интеграл

Определение. Разность F (b)– F (a) называется интегралом от функции *f (x)* на отрезке [a ; b] и обозначается так: $\int_a^b f(x)dx$.

$\int_a^b f(x)dx =$F (b)– F (a) – формула Ньютона-Лейбница.

Геометрический смысл интеграла

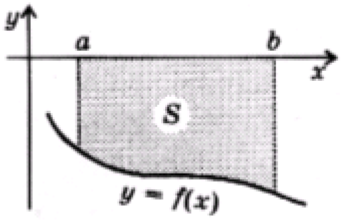


Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком непрерывной положительной на промежутке [a ; b] функции f (x), осью Ox и прямыми x=a и x=b:

$S=\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

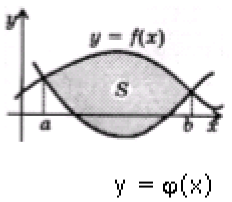
Вычисление площадей с помощью интеграла

1.Площадь фигуры, ограниченной графиком непрерывной отрицательной на промежутке $[a ; b]$ функции *f (x),* осью Ох и прямыми х=a и х= b :



$$S= -\int_a^b f(x)dx$$

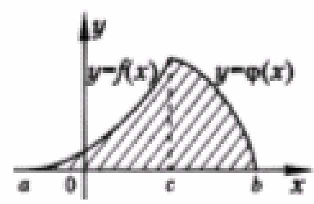
2.Площадь фигуры, ограниченной графиками непрерывных функций *f (x)* и φ(x):



$$S= \int_a^b (f(x) - (x))dx$$

3.Площадь фигуры, ограниченной графиками непрерывных функций

f (x), φ(x) и осью Ох:

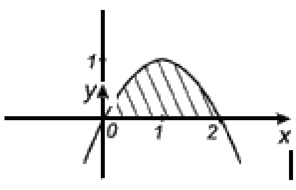


$$S=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b \varphi(x)dx.$$

Пример. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$f(x) = 2x - x^2$ и осью абсцисс

Решение. Графиком функции $f(x) = 2x - x^2$ является парабола. Вершина находится в точке (1; 1).



$$S = \int_0^2 (2x - x^2)dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 = \left(4 - \frac{8}{3}\right) - 0 = 1\frac{1}{3} \text{(кв. ед.)}$$

Задания для самостоятельного решения

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

Вариант 1. у= 4х+6, х=1 и х= 8

Вариант 2. у= 4-x^2 и у=0

Вариант 3. $y= x^2+1$, $x=1$ и $x=3$

Вариант 4. $y=\sqrt{x}$, $y=0$ и $x=9$

Контрольные вопросы

1.Запишите формулу Ньютона-Лейбница .
2. Что называется определенным интегралом?
3. Что называется криволинейной трапецией?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах
8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 9

1.Название темы Частное и общее решение дифференциальных уравнений

2.Учебные цели: научиться решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее между собой независимую переменную x, искомую функцию y и ее производные или дифференциалы.

$$F(x, y, y') = 0,\ F(x, y, y'') = 0,\ F\left(x, y, y', y'', ..., y^{(n)}\right) = 0.$$

Порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной (или дифференциала), входящей в данное уравнение.

Решением (или *интегралом*) дифференциального уравнения называется такая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

Общим решением (или *общим интегралом*) дифференциального уравнения называется такое решение, в которое входит столько независимых произвольных постоянных, каков порядок уравнения. *Частным решением* дифференциального уравнения называется решение, полученное из общего при различных числовых значениях произвольных постоянных. Значения произвольных постоянных находятся при определенных начальных значениях аргумента и функции.

Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение, в которое входят производные (или дифференциалы) не выше первого порядка.

Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными называется уравнение вида

$$\frac{dy}{dx} = f(x)\cdot\varphi(y).$$

Пример 1. Решить уравнение: $y' = \dfrac{ye^x}{1+e^x}$

Решение. Данное уравнение является уравнением с разделяющимися переменными, так как его можно переписать в виде:

$$y' = y\cdot\frac{e^x}{1+e^x};\ f(x) = \frac{e^x}{1+e^x},\ g(y) = y.$$

Приведем его к уравнению с разделенными переменными:

$$\frac{dy}{dx} = y\cdot\frac{e^x}{1+e^x}\quad\Big|\cdot dx$$

$$dy = y\cdot\frac{e^x}{1+e^x}\cdot dx\quad\big|: y\neq 0$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{e^x}{1+e^x}dx$$

Теперь его можно интегрировать:

$$\int\frac{dy}{y} = \int\frac{e^x}{1+e^x}dx$$

$$1)\int\frac{dy}{y} = \ln|y| + c_1;\ 2)\int\frac{e^x}{1+e^x}dx = \int\frac{d(1+e^x)}{1+e^x} = \ln\left|1+e^x\right| + c_2$$

$\Rightarrow \ln|y| + c_1 = \ln\left|1+e^x\right| + c_2$, обозначим $c_2 - c_1 = \ln|c| \Rightarrow$

$$\ln|y| = \ln\left|1+e^x\right| + \ln|c| \Rightarrow y = c(1+e^x)$$

Ответ: $y = c(1+e^x)$.

Пример 2. Решить уравнение:

$$6xdx - 6ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx.$$

Решение. Соберём слагаемые, содержащие dx и dy:

$$6xdx + 2xy^2dx = 3x^2ydy + 6ydy$$

$$2x(3+y^2)dx = 3y(x^2+2)dy\quad\big|:(3+y^2)(x^2+2)\neq 0$$

Разделим переменные:

$$\frac{2x}{x^2+2}dx = \frac{3y}{3+y^2}dy$$

Интегрируя, получаем:

$$\int\frac{2x}{x^2+2}dx = \int\frac{3y}{3+y^2}dy \Rightarrow \int\frac{d(x^2+2)}{x^2+2} = \frac{3}{2}\int\frac{d(y^2+3)}{3+y^2}$$

$$c_1+\ln\left|x^2+2\right|=\frac{3}{2}\ln\left|y^2+3\right|+c_2.$$

$$\frac{1}{2}\ln|c|+\ln\left|x^2+2\right|=\frac{3}{2}\ln\left|y^2+3\right|, \text{ где } \frac{1}{2}\ln|c|=c_1-c_2.$$

$$\ln|c|+2\ln\left|x^2+2\right|=3\ln\left|y^2+3\right|$$

$c(x^2+2)^2=(y^2+3)^3-$ это общий интеграл уравнения.

Так как уравнения $x^2+2=0$ и $y^2+3=0$ не имеют действительных решений, то при интегрировании уравнения не могли быть потеряны решения.

Ответ: $c(x^2+2)^2=(y^2+3)^3$.

Задания для самостоятельного решения

1. $\mathrm{tg}x\cdot\sin^2 y dx+\cos^2 x\cdot \mathrm{ctg} y dy=0;$
2. $2x\cdot x'=\pi^y\ln\pi;$
3. $y-xy'=2(1+x^2y');$
4. $3e^x tgydx=\dfrac{e^x-1}{\cos^2 y}dy;$
5. $4y^3\sin^2 xdy+dx=0;$
6. $xy'=y\ln 7y;$
7. $(y^2-1)dx=2\sqrt{x^2-4}dy;$
8. $3y^2y'+16x=2xy^3, y(x)-$ ограничено при $x\to+\infty;$

Контрольные вопросы

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Что называется решением дифференциального уравнения?
3. Как определить порядок уравнения?
4. Сколько постоянных интегрирования имеет уравнение 1 порядка?
5. Какая формула определяет уравнение с разделяющимися переменными?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 10

1.Название темы Решение дифференциальных уравнений

2.Учебные цели: отработка навыков в решении дифференциальных уравнений

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Пример1. Найти общий интеграл уравнения
$(xy^2+x)dx-(x^2y-y)dy=0$
Решение.
$x(y^2+1)dx=y(x^2-1)dy$
Разделяем переменные

$$\frac{x}{x^2-1}dx=\frac{y}{y^2+1}dy$$

$$\int\frac{x}{x^2-1}dx=\int\frac{y}{y^2+1}dy$$

$$\frac{1}{2}\int\frac{d(x^2-1)}{x^2-1}=\frac{1}{2}\int\frac{d(y^2+1)}{y^2+1}$$

$$\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|=\frac{1}{2}\text{arctg}y+\frac{1}{4}C,\ \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|=2\text{arctg}y+C$$

Ответ. $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|=2\text{arctg}y+C$

Пример 2. Найти общее решение уравнения
$2dy+3dx=0$
Решение.
$2dy=-3dx$

$2\int dy=-3\int dx$
2y=-3x+C

Задания для самостоятельного решения

Найти общее решение или общий интеграл уравнения

1) $(xy^2+x)dx+(x^2y-y)dy=0$

2) $(x+y)\frac{dx}{dy}=1$

4) *xdy- ydx=0*
5) *(y-3)dx +(x+2)dy=0*
6) *ydy-xdx=0*
7) *cosxdx+sinydy=0*

Контрольные вопросы

1.Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Когда можно разделять переменные в уравнениях?
3. Чем отличается общее решение уравнения от общего интеграла?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах
8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 11

1.Название темы Задача Коши

2.Учебные цели: отработка навыков в решении дифференциальных уравнений с заданным начальным условием

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Пример. Решить задачу Коши:

$$(1+y^2)dx - xydy = 0,\ y(1) = 0.$$

Решение. Уравнение $(1+y^2)dx - xydy = 0$ является уравнением с разделяющимися переменными вида (3), так как:

$$f_1(x) = -x;\ g_1(y) = y;\ f_2(x) = 1;\ g_2(y) = 1+y^2.$$

Разделим переменные, поделив уравнение на $x(1+y^2) \neq 0$:

$$\frac{dx}{x} = \frac{ydy}{1+y^2}$$

Интегрируя, получим:

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{ydy}{1+y^2}$$

$$\ln|x| + c_1 = \frac{1}{2}\int \frac{d(1+y^2)}{1+y^2}$$

$$\ln|x| + c_1 = \frac{1}{2}\ln\left|1+y^2\right| + c_2.$$

Обозначим $c_1 - c_2 = \ln|c|$:

$$\ln|x| + \ln|c| = \frac{1}{2}\ln\left|1+y^2\right|$$

$cx = \sqrt{1+y^2}$ −общий интеграл уравнения.

Используя начальное условие: $y(1) = 0$, получим частное решение

$$c \cdot 1 = \sqrt{1+0^2} \Rightarrow c = 1.$$

Значит, частное решение данного уравнения при заданном начальном условии имеет вид:

$$x = \sqrt{1+y^2}$$

Ответ: $x = \sqrt{1+y^2}$.

Задания для самостоятельного решения

Найти частные решения уравнений:

1)$dy = (3x^2 - 3)dx, x = 0, y = 0;$

2)$dx = (2t^3 - 4t)dt, x = 0, t = 1;$

3)$x^2 dx = ydy; x = 1, y = 1,$

4)$(x-2)dx - (y-2)dy = 0, x = 2, y = 2,$

5)$x^4 dx - y^4 dy = 0, x = 1, y = 1;$

6)$dy - xdx = 3dx, x = -1, y = 0,$

7)$3xdy = ydx, x = 1, y = 1;$

8)$\sqrt{x}dy - \sqrt{y}dx = 0, x = 1, y = 1;$

9)$3y' = y, x = 0, y = 1;$

10)$(1+y)dx - (1-x)dy = 0, x = 0, y = 1$

Контрольные вопросы

1.Какое уравнение называется дифференциальным?

2. Когда можно разделять переменные в уравнениях?

3. Что называется задачей Коши?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 12

1.Название темы Решение задач на вычисление погрешностей

2.Учебные цели: отработка навыков в вычислениях погрешностей приближенных значений

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.

3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

При вычислениях с приближенными числами следует руководствоваться следующими правилами:

а) Необходимо различать записи чисел.

Например, числа 12,3; 12,30; 12,300 отличаются друг от друга тем, что в записи верны цифры целых и десятых долей; во второй - верны также сотые доли; в третьей - верны и тысячные доли.

б) При приближенных вычислениях полученные числа округляют до определенного числа значащих цифр.

Обычно среднее арифметическое округляется до ближайшего возможного отсчета по шкале прибора. Например, при многократном измерении длины штангенциркулем получим среднее значение 3,37 мм, но ближайший отсчет, какой можно сделать по штангенциркулю, будет 3,4 мм. Следовательно, вместо полученного числа 3,37 мм, надо записать среднее значение 3,4 мм.

в) Численное значение средней абсолютной погрешности округляют до тех ж разрядов, что и среднее значение измеряемой величины.

Так, если среднее значение измеренной штангенциркулем длины взяли 3,4 мм, а полученная при расчетах абсолютная погрешность составляет 0,182 мм, то это число округляется до 0,2 мм, т.е. до разряда, как и у числа 3,4 мм.

г) Если расчетные формулы содержат физические константы, табличные данные, то эти значения при расчете погрешностей берутся с такой точностью, чтобы число значащих цифр в них было на единицу больше, чем число значащих цифр в значениях измеренных величин. За абсолютную погрешность постоянных величин принимают половину единицы наименьшего разряда числа, необходимого при расчетах.

Например, если среднее арифметическое значение длины составляет 3,46 мм, то приближенное значение числа следует взять 3,5. При этом абсолютная погрешность для числа Δ = 0,04.

д) При косвенных измерениях следует учитывать, что конечная точность измерения будет определяться самым неточным измерением какой-либо величины состоящей в функциональной связи с измеряемой величиной. Поэтому точность измерений всех величин должна быть более или менее одного разряда.

Задания для самостоятельного решения

1. Найти истинную абсолютную погрешность числа a_0

1. a_0=347, a=346,289	**5.** a_0=64,28, a=64,39
2. a_0=13,262, a=13,2619	**6.** a_0=0,143, a=0,14312
3. a_0=15,23, a=15,2258	**7.** a_0=3,47, a=3,479
4. a_0=2,12, a=2,11356	**8.** a_0=7,12, a=7,22

2. Записать числа в виде двойного неравенства.

1. a_0=547,06, Δa=0,005	5.a_0=0,5478 , Δa=0,0001
2.a_0=8,4589 , Δa=0,0001	6.a_0=2,1457 , Δa=0,503
3.a_0=45,7008 , Δa=0,2004	7.a_0= 5,4782, Δa=0,124
4.a_0=0,1245 , Δa=0,0002	8.a_0=44,558 , Δa=0,24

3. Округлить с точностью до 0,01 следующие числа.

1. 0,4558	2. 3,54628
3. 15,254	6. 26,4782
4. 11,6987	7. 64,2498
5. 13,89214	8. 3,9587

4. Найти границу относительной погрешности числа a.

1.a=6,96 , Δa=0,02	5.a= 12,79, Δa=2
2.a= 648,5, Δa=0,05	6.a= 792,3, Δa=0,05
3.a=2,372 , Δa=0,004	7.a=4,25 , Δa=0,02
4.a=34,27 , Δa=0,005	8.a= 1,9345, Δa=0,0005

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте правила округления чисел до нужного разряда.
2. Как найти абсолютную и относительную погрешности приближенных значений?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 13

1.Название темы Приближенные вычисления значений функции.

2.Учебные цели: отработка навыков в вычислениях приближенных значений

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.

3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Задача. Вычислить приближенно с помощью дифференциала значение функции $y=f(x)$ в точке x.

Решение. Если приращение $\Delta x = x - x_0$ аргумента x мало по абсолютной величине, то

$$f(x)=f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\Delta x. \quad (1)$$

1. Выбираем точку x_0, ближайшую к x и такую, чтобы легко вычислялись значения $f(x_0)$ и $f'(x_0)$.

2. Вычисляем $\Delta x = x - x_0$, $f(x_0)$ и $f'(x_0)$.

3. По формуле (1) вычисляем $f(x)$.

Пример 1. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$y=\sqrt{x^3}, \quad x=0,98$.

В нашем случае:

$x_0=1$, $f(x)=\sqrt[3]{x}$, $\Delta x = 0,98-1=-0,02$.

Вычисляем:

$f(x_0)=f(1)=1$;

$f'(x)=\frac{3\sqrt{x}}{2}$, $f'(1)=\frac{3\cdot 1}{2}=1,5$.

Имеем:

$$\sqrt{0,98^3} \approx 1 + 1,5 \cdot (-0,02) = 0,97$$

Пример 2. Вычислить приближенно с помощью дифференциала значение функции $y = \sqrt{x^2 + 5}$ в точке x=1,97.

Решение.

Ближайшая к 1,97 точка, где легко вычислить значение функции и ее производной это 2.

Вычисляем:

$$\Delta x = x - a = 1,97 - 2 = -0,03$$

$$f(a) = f(2) = 3$$

$$f^{|}(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}}$$

$$f^{|}(a) = f^{|}(2) = \frac{2}{3}$$

Далее по формуле $f(x) = f(a + \Delta x) \approx f(a) + f^{|}(a)\Delta x$ получаем:

$$f(1,97) \approx 3 + \frac{2}{3}(-0,03) = 2,98$$

Пример 3. Дана степенная функция $y = x^n$. Зафиксируем точку x_0 и применим полученную выше формулу:

$$\left(x_0 + \Delta x\right)^n \approx x_0^n + n x_0^{n-1} \Delta x.$$

Например,

2,00017 = (2 + 0.0001)7 ≈ 27 + 7 · 26 · 0,0001 = 128 + 0,0448 = 128,0448 = =128,04

Ту же формулу можно применить и для приближенного вычисления корней, учитывая, что $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$.

Получим $\sqrt[n]{(x + \Delta x)} = (x + \Delta x)^{\frac{1}{n}} \approx x_0^{\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} x_0^{\frac{1}{n}-1} \cdot \Delta x.$

Например,

$$\sqrt{0,999} = (1 - 0,001)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,001 = 0,9995;$$

$$\sqrt[3]{27,0003} = (27 + 0,0003)^{\frac{1}{3}} \approx 27^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} \cdot 27^{-\frac{2}{3}} \cdot 0,0003 =$$

$$= 3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} \cdot 0,0003 = 3,00001 \pm 0,00001.$$

Полезно запомнить формулы

при $x_0 = 1$: $\quad (1 + \Delta x)^n \approx 1 + n\Delta x; \quad \sqrt[n]{1 + \Delta x} \approx 1 + \frac{1}{n}\Delta x.$

Задания для самостоятельного решения

Вычислить приближенно с помощью дифференциала значение функции *y* в заданной точке *x*.

Вариант1	Вариант 2
1. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=7,76.$	1. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=27,54.$
2. $y=x^{11}, \quad x=1,021.$	2. $y=x^{21}, \quad x=0,998.$
3. $y=\arcsin x, \quad x=0,08.$	3. $y=\sqrt{4x-3}, \quad x=1,78.$

Контрольные вопросы

1 Дайте определение дифференциала функции.
2 В чем заключается геометрический смысл дифференциала?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах
8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 14

1.Название темы Операции над множествами

2.Учебные цели: на конкретных примерах отработать навыки нахождения элементов множества.

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Задание 1. Укажите, какое из утверждений верное:

а) - 0,7 $\in$ Q; б) $\sqrt{17} \in R$; в) 4 $\in$ N.

Решение. Все целые числа (Z) являются рациональными (Q).

Действительные числа (R) - множество всех рациональных и всех иррациональных чисел.

Значит, а) верно; б) верно; в) верно.

Задание 2. Выпишите все элементы каждого множества: А – множество дней недели; В – множество цветов светофора; С – множество цифр.

Решение. Перечислим дни недели: понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье. Значит А = {понедельник; вторник; среда; четверг; пятница; суббота; воскресенье}.

Аналогично составим множества В и С:

В = {красный; желтый; зеленый}, С = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}

Задание 3. Выпишите все элементы множества F, если F – это множество корней уравнения $x^2 + 4x - 5 = 0$.

Решение. Множество F задается следующим образом: F= $\{x: x^2 + 4x - 5=0\}$.

Чтобы записать элементы этого множества, необходимо решить уравнение $x^2 + 4x - 5 = 0$, т. е. найти его корни: $x^2 + 4x - 5 = 0$

D = 16 - 4(-5) = 16 + 20 = 36 = 6^2;

$$x_1 = \frac{-4+6}{2} = \frac{2}{2} = 1;\ x_2 = \frac{-4-6}{2} = \frac{-10}{2} = -5.$$

Значит, F= {-5; 1}.

Задание 4. Найдите пересечение и объединение множеств A и B, если: A={1; 3; 5; 7; 9}, B={2; 4; 6; 8}.

Решение. Множество A состоит из нечетных чисел первого десятка. Множество B состоит из четных чисел первого десятка. Объединением будут все числа первого десятка:

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}.$$

Пересечением множеств A и B является пустое множество, т. к. общих элементов у этих множеств нет, значит A∩B={Ø}.

Задание 5. Множество A состоит из всех чисел открытого интервала (1;3), множество B состоит из всех чисел интервала [2;6]. Найти объединение множеств A и B.

Решение. Объединением A∪B будут все числа принадлежащие сразу двум интервалам.

На интервале от двух до трех, множества содержат одинаковые числа. Тогда объединение можно записать в виде: A∪B = (1;6]

Задания для самостоятельного решения

<u>Задание 1.</u> Укажите, какое из утверждений верно: а) – 76 ϵ R; б) 107 ϵ Z;

в) $\sqrt{625}$ ∈Q.

<u>Задание 2.</u> Выпишите все элементы множества Д, если Д – множество четных однозначных натуральных чисел.

<u>Задание 3.</u> Запишите множество общих делителей чисел 120 и 150.

<u>Задание 4.</u> Найдите пересечение и объединение множеств A и B, если:

а) A = {2; 3; 7}, B = {3; 5; 7};

б) A = $\{\alpha, \beta, \gamma\}$, B =$\{a, b, \beta, \gamma, r\}$.

<u>Задание 5.</u> Найдите объединение и пересечение числовых промежутков:

а) (- ∞; 5) и (1; + ∞); б) (1; 3) и [1; + ∞); в) [0; 2] и (- ∞; 0).

Контрольные вопросы

1. Что называется множеством элементов?
2. Какие операции над множествами можно выполнять?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах
8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 15

1.Название темы Операции на графах

2.Учебные цели: на конкретных примерах отработать операции на графах

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения задания

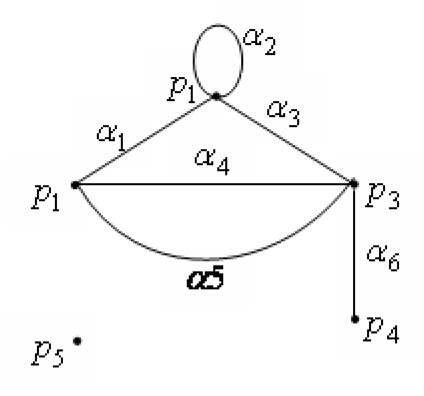
Теория потоков в сетях возникла из рассмотрения реальных задач, таких как перевозка грузов по системе железных дорог, перекачка нефти по трубопроводам, управление запасами и т. д. Прежде чем кратко изложить теорию потоков в сетях, приведем некоторые определения из теории графов.

Граф $G=[R,A]$ – это совокупность двух множеств: множества точек, которые называются *вершинами,* и множества *ребер А*. Каждый элемент $a \in A$ есть упорядоченная пара (p_i, p_j) элементов множества R, вершины p_i и p_j называются *концевыми точками* или *концами* ребра *а*. Граф называется *конечным,* если множества *R* и A конечны.

Это определение графа должно быть дополнено в одном важном отношении. В определении ребра можно принимать или не принимать во внимание порядок расположения двух его концов. Если этот порядок несущественен, т. е. если $(p_i, p_j)=(p_j, p_i)$, то говорят, что *а* есть неориентированное ребро; если же этот порядок существенен, то *а* называется ориентированным ребром (ориентированное ребро часто называется дугой). В последнем случае p_i называется также начальной вершиной, а p_j – конечной вершиной ребра *а*. Граф называется неориентированным, если каждое его ребро неориентировано, и ориентированным, если ориентированы все его ребра. В ряде случаев естественно рассматривать *смешанные* графы, имеющие как ориентированные, так и неориентированные ребра.

Ребра, имеющие одинаковые концевые вершины, называются параллельными. Ребро, концевые вершины которого совпадают, называется петлей. Она обычно считается неориентированной. Вершина и ребро называются инцидентными друг другу, если вершина является для этого ребра концевой. Вершина, не инцидентная никакому ребру, называется изолированной. Граф, состоящий только из изолированных вершин, называется нуль-графом. Две вершины, являющиеся концевыми для некоторого ребра называются смежными вершинами. Два ребра, инцидентные одной и той же вершине, называются смежными.

Число ребер, инцидентных одной вершине p_i, будем обозначать через $\rho(p_i)$. Это число называется локальной степенью или просто степенью графа в вершине p_i. В случае ориентированного графа *G* обозначим через $\rho(p_i)$ и $\boldsymbol{\rho}^*(p_i)$ число ребер, соответственно выходящих из вершины p_i и входящих в p_i. Эти числа называются локальными степенями *G* в p_i. Если все числа $\rho(p_i)$ конечны, то граф называется локально-конечным. Вершина степени 1 называется висячей. Вершина степени 0 называется изолированной.



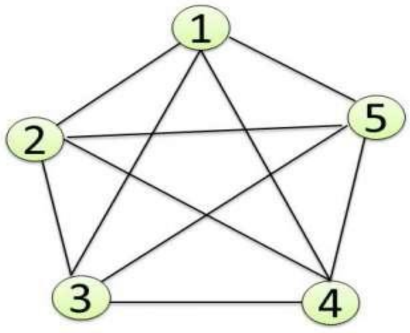
Рисунок

На рисунке α_4 и α_5 – параллельные ребра, α_2 – петля; вершина p_3 и ребро α_3 инцидентны друг другу; p_1, p_2 – смежные вершины, α_1, α_4 – смежные вершины; степень вершины p_1 равна трем, p_4 – висячая вершина, p_5 – изолированная.

Т е о р е м а . В графе G сумма степеней всех его вершин – число четное, равное удвоенному числу ребер графа: $\sum_{i=1}^{n} \textbf{степ.}\, p_i = 2m$*, где n – число вершин графа, m – число его ребер.*

Задача 1.

Пятеро ученых, участвовавших в научной конференции, обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

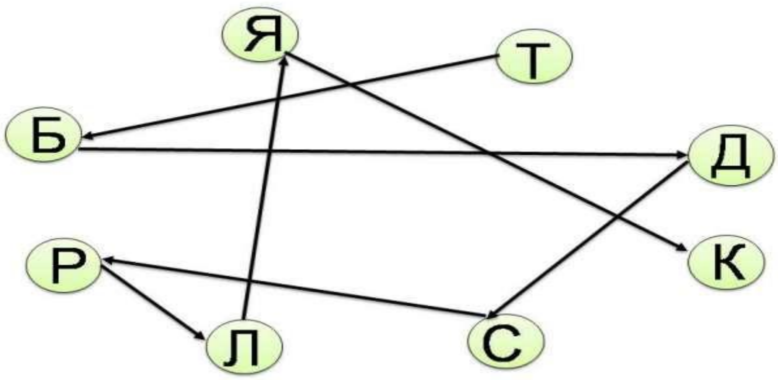


10 рукопожатий.

Каждая линия (ребро) означает одно рукопожатие

Решение:
Обозначим ученых вершинами графа и проведем от каждой вершины линии к четырем другим вершинам. Получаем 10 линий, которые и будут считаться рукопожатиями.
Задача 2.
На пришкольном участке растут 8 деревьев: яблоня, тополь, береза, рябина, дуб, клен, лиственница и сосна. Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони. Расположите деревья от самого низкого к самому высокому.
Решение:
Вершины графа - это деревья, обозначенный первой буквой названия дерева. В данной задача два отношения: “быть ниже” и “быть выше”. Рассмотрим отношение “быть ниже” и проведем стрелки от более низкого дерева к более высокому. Если в задаче сказано, что рябина выше лиственницы, то стрелку ставим от лиственницы к рябине и т.д. Получаем граф, на котором видно, что самое низкое дерево – клен, затем идут яблоня, лиственница, рябина, сосна, дуб, береза и тополь.

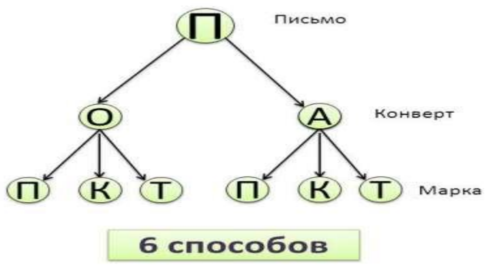
Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони.



Задача 3.

У Наташи есть 2 конверта: обычный и авиа, и 3 марки: прямоугольная, квадратная и треугольная. Сколькими способами Наташа может выбрать конверт и марку, чтобы отправить письмо?

Решение:



Задания для самостоятельного решения

1) Архипелаг состоит из 7 островов, расположенных вблизи материка. С каждого острова выходит 3 моста. Между любыми двумя островами, а также между каждым островом и материком имеется не более одного моста. С острова Чунга на остров Чанга переехать нельзя. Сколько мостов связывают острова архипелага с материком?

2) В стране Озерная 7 озер, соединенных между собой 10 каналами, причем от любого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в этой стране островов?

3) Чемпионат России по шахматам проводится в один круг. Сколько играется партий, если участвуют 18 шахматистов?

4) Между 9 планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по маршрутам: Земля-Меркурий, Плутон-Венера, Земля-Плутон, Плутон-Меркурий, Меркурий-Венера, Уран-Нептун, НептунСатурн,

Сатурн-Юпитер, Юпитер-Марс и Марс-Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

5) Можно ли расположить на плоскости 6 точек и соединить их непересекающимися отрезками так, чтобы каждая точка была соединена ровно с четырьмя другими?

6) В шахматном турнире в один круг участвовало 20 человек. После окончания турнира оказалось, что ровно один ученик набрал 9,5 очка, и он занял 19 место. Мог ли победитель турнира обойти игрока, занявшего второе место на 1 очко?

7) В стране 20 городов, каждые два из которых соединены авиалинией. Сколько авиалиний в этой стране?

8) Среди семи стран установлены экономические отношения, причем каждая страна имеет экономические договоры с каждой другой страной. Изобразите в виде графа результат установленных экономических отношений. Сколько ребер имеет полученный граф?

9) Можно ли нарисовать граф, не отрывая карандаш от бумаги и проводя каждое ребро ровно один раз, если граф – а) тетраэдр, б) конверт?

10) Дима, приехав из Врунляндии, рассказал, что там есть несколько озер, соединенных между собой реками. Из каждого озера вытекает три реки, и в каждое озеро впадает четыре реки. Докажите, что он ошибается.

Контрольные вопросы

1.Что называется графом?

2.Какие операции над графами можно выполнять?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 16

1.Название темы Решение комбинаторных задач

2.Учебные цели: на конкретных примерах отработать навыки решения задач на комбинаторику

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения. Число всех возможных перестановок обозначается P_n и оно равно $n!$, т.е.
$P_n = n!$ где $n! = 1 * 2 * 3 * \ldots n$.

Задача 1. Сколькими способами 7 книг разных авторов можно расставить на полке в один ряд?
Решение. $P_7 = 7!$, где $7! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 = 5040$, значит существует 5040 способов осуществить расстановку книг.
Ответ: 5040 способов.

Размещения- соединения из n элементов по m, различающиеся друг от друга порядком следования элементов: $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

Задача 2. Сколько можно составить телефонных номеров из 6 цифр каждый, так чтобы все цифры были различны?

Решение. Это пример задачи на размещение без повторений.

Размещаются здесь десять цифр по 6. Значит, ответ на выше поставленную задачу будет: $A_{10}^{6} = \frac{10!}{(10-6)!} = 151200$

*Ответ:*151200 способов

Задача 3. В группе ТД – 21 обучается 24 студентов. Сколькими способами можно составить график дежурства по техникуму, если группа дежурных состоит из трех студентов?

Решение: число способов равно числу размещений из 24 элементов по 3, т.е. равно A_{24}^{3}. По формуле находим

$$A_{24}^{3} = \frac{24!}{(24-3)!} = \frac{24!}{21!} = \frac{21!*22*23*24}{21!} = 22*23*24 = 12144$$

Ответ: 12144 способа

Сочетания-соединения, содержащие по m предметов из n, различающиеся друг от друга, по крайней мере, одним предметом; число их

$$C_{n}^{m} = \frac{A_{n}^{m}}{P_{m}} = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Задача 4. **С**колько трехкнопочных комбинаций существует на кодовом замке (все три кнопки нажимаются одновременно), если на нем всего 10 цифр?

Решение. Так как кнопки нажимаются одновременно, то выбор этих кнопок – сочетание. Отсюда возможно

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{(10-3)!*3!} = \frac{8*9*10}{6} = 120 \textit{ вариантов.}$$

Ответ: 120 вариантов.

Задача 5. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 членов, можно образовать из 10 преподавателей?

Решение. По формуле находим:

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{(10-3)!*3!} = \frac{10!}{7!*3!} = \frac{7!*8*9*10}{7!*1*2*3} = \frac{8*9*10}{1*2*3} = \frac{720}{6} = 120 \textit{ комиссий}$$

Ответ: 120 комиссий.

Задания для самостоятельного решения

1 вариант.

1. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?

2. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

3. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

4. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

2 вариант.

1. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?

2. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?

3. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

4. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

Контрольные вопросы

1. Что называется перестановкой из n элементов?
2. Какой смысл имеет запись n! ?
3. По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?
4. Что называется размещением из n элементов по k?
5. По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k?
6. Что называется сочетанием из n элементов по k?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 17

1.Название темы 17 Сложение и умножение вероятностей

2.Учебные цели: на конкретных примерах отработать навыки решения задач на сложение и умножение вероятностей

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. –М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.

3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Задача 1. В урне Н билетов. Из них М выигрышных. Какова вероятность того, что первый вытянутый билет окажется выигрышным?

Решение.

Пусть А – событие, означающее, что первый вытянутый билет выигрышный.

Н – общее количество всех возможных исходов.

М- количество исходов, благоприятствующих наступлению события А.

Р(А) – вероятность наступления события А. Тогда Р(А)=М/Н.

Задача 2. Биатлонист стреляет по мишени. Мишень – круг радиуса R см. Биатлонист попадает в мишень с вероятностью 1. Попадание в любую точку равновероятно. Необходимо попасть в круг радиуса r см.

Решение.

А - попадание в круг радиуса r см. $S_r=\pi r^2$. $S_R=\pi R^2$. $P(A)=S_r/S_R$

Задача 3. Имеется собрание сочинений из Н томов некоего автора. Все Н томов расставляются на книжной полке случайным образом. Какова вероятность, что тома расположатся в порядке возрастания или убывания?

Решение.

А – вероятность того, что тома расположатся в порядке возрастания или убывания.

Все тома можно расставить на полке m=Н! способами. Только в двух случаях тома расположатся либо в порядке возрастания, либо в порядке убывания. Значит, n=2. Тогда Р(А)=n/Н!.

Задача 4. Имеется собрание сочинений из Н томов некоего автора. На полке умещается только М томов (М меньше Н). Эти тома берут из Н случайным способом. Какова вероятность, что выбранные М томов расположатся в порядке возрастания или убывания?

Решение:

А – вероятность того, что выбранные тома расположатся в порядке возрастания или убывания.

М томов из Н томов можно выбрать C_H^M способами. Только в двух случаях тома расположатся либо в порядке возрастания, либо в порядке убывания. Значит, n=2. Тогда Р(А)=2/C_H^M.

Задача 5. Три стрелка стреляют по мишени. Предполагается,что события попадания в мишень для стрелков независимы и вероятности попадания стрелков в мишень равны p1, p2, p3. Какова вероятность того, что:

1) все три выстрела окажутся успешными;

2) хотя бы одни выстрел окажется успешным;

3) точно один выстрел окажется успешным, два выстрела окажутся успешными?

Решение:

1) А – все три выстрела окажутся успешными

P(A)=p1*p2*p3

2) Н - хотя бы одни выстрел окажется успешным 1-p_i – вероятность промаха каждого стрелка

P(H) =1-(1-p1)(1-p2)(1-p3)

3) В – только один выстрел окажется успешным

P(B)=p1*(1-p2)*(1-p3)+(1-p1)*p2*(1-p3)+(1-p1)*(1-p2)*p3

С - два выстрела окажутся успешными

P(c)=p1*p2*(1-p3)+(1-p1)*p2*p3+p1*(1-p2)*p3

Задача 6. Футболист бьет Н раз пенальти. Вероятность забить при одном ударе равна р. Какова вероятность, что будет забито 3 пенальти?

Решение.

Пусть А – событие, означающее, что будет забито 3 пенальти. Так вероятность забить при одном пенальти постоянна, то воспользуемся формулой Бернулли.

Тогда Р(А)=$C_H^3 \times p^3 \times (1-p)^{H-3}$

Задания для самостоятельного решения

Формулировки задач смотри в примерах решения задач.

	1		2		3	4		5			6	
	Н	**М**	**R**	**r**	**Н**	**Н**	**М**	**P1**	**P2**	**P3**	**Н**	**p**
1	10	1	5	1	3	5	3	0,1	0,2	0,3	5	0,1
2	11	2	6	2	4	6	4	0,4	0,5	0,1	4	0,2
3	12	3	7	3	5	7	5	0,3	0,2	0,4	7	0,3
4	13	4	8	4	6	8	6	0,9	0,8	0,7	6	0,4
5	14	5	9	5	7	9	7	0,5	0,6	0,3	5	0,5
6	15	6	10	6	8	10	8	0,2	0,3	0,4	8	0,6
7	16	7	11	7	9	11	9	0,2	0,3	0,5	5	0,7
8	17	8	12	8	10	12	10	0,7	0,8	0,6	6	0,8
9	18	9	13	9	3	13	3	0,1	0,5	0,7	8	0,9
10	19	10	14	10	4	14	4	0,2	0,3	0,4	7	0,1
11	20	1	5	3	5	8	6	0,6	0,7	0,8	9	0,2
12	21	2	6	4	6	9	7	0,3	0,4	0,5	5	0,3
13	22	3	7	5	7	10	7	0,3	0,5	0,7	6	0,4
14	23	4	8	6	8	11	9	0,5	0,1	0,2	7	0,5
15	24	5	9	7	9	12	10	0,3	0,4	0,9	4	0,6
16	25	6	10	8	10	13	3	0,2	0,4	0,8	6	0,7
17	26	7	11	9	3	14	4	0,9	0,8	0,7	7	0,8
18	27	8	12	10	4	8	4	0,4	0,7	0,6	8	0,9
19	28	9	13	3	5	9	6	0,2	0,6	0,7	5	0,1
20	29	10	14	4	6	10	7	0,1	0,6	0,4	6	0,2
21	30	1	5	3	7	11	8	0,4	0,2	0,6	7	0,3
22	31	2	6	4	8	12	9	0,1	0,3	0,6	8	0,4
23	32	3	7	5	9	13	10	0,4	0,6	0,6	5	0,5
24	33	4	8	6	10	14	3	0,3	0,6	0,1	4	0,6
25	34	5	9	7	5	9	4	0,6	0,1	0,1	6	0,7

Контрольные вопросы

1 Дайте классическое определение вероятности.
2 Дайте определение геометрической вероятности.
3 Сформулируйте теоремы Бернулли, Байеса, Муавра-Лапласа.

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки

Практическое занятие 18

1.Название темы Дискретная случайная величина.

2.Учебные цели: на конкретных примерах отработать навыки решения задач на нахождение закона распределения дискретной случайной величины

3. Продолжительность занятия: 2 часа

4. Материалы, оборудование, ТСО, программное обеспечение, оснащение, раздаточный материал Методические указания к практическим занятиям

5. Литература, информационное обеспечение

1.Богомолов Н.В. Математика: учебник для СПО/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. -5-е изд., пер. и доп. -М. ИздательствоЮрайт, 2019.-401с. – (Серия : Профессиональное образование). ISBN 978-5-534-07878-7

6.Методические рекомендации по выполнению работы:

1 Внимательно ознакомьтесь с основными теоретическими сведениями, включающими также примеры решения задач.

2.Выберите задания согласно своему варианту и приступайте к работе.
3.После выполнения работы ответьте письменно на контрольные вопросы, размещенные после заданий.

Основные теоретические сведения и примеры решения заданий

Понятие случайной величины-одно из важнейших понятий в теории вероятностей. При этом под случайной величиной понимают величину, которая в результате опыта со случайным исходом принимает то или иное значение, причем заранее неизвестно, какое именно. Случайные величины обозначают буквами латинского алфавита X, Y, …, а принимаемые ими значения- малыми буквами x_1, x_2, .. Если множество возможных значений с.в. X конечно, то величину называют *дискретной.* Закон распределения д.с.в.X удобно задавать таблицей

x	x_1	x_2	….	$x_п$	…
p	p_1	p_2	…	$p_п$	….

Причем,

$$\sum_{1}^{п} p_{п} = 1$$

Числовые характеристики дискретной случайной величины

Математическое ожидание $M(X)=x_1p_1+x_2\,p_2+x_3p_3+x_4\,p_4$

Дисперсия $D(X)=x_1{}^2p_1+x_2{}^2p_2+x_3{}^2p_3+x_4{}^2p_4-((M(X))^2$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma=\sqrt{D(X)}$.

Задача. Случайная величина X задана рядом распределения:

X_i	3	0	1	4
P_i	0,4	0,1	0,4	0,1

Найти математическое ожидание M(X), дисперсию D(X) и среднеквадратическое отклонение σ.

Решение:

$M(X)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+x_4\,p_4$

M(X) = 3*0,4+0*0,1+1*0,4+4*0,1=2

$D(X)=x_1{}^2p1+x_2{}^2p2+x_3{}^2p3+x_4{}^2p4-((M(X))^2=$ 9*0,4+ 0+1*0,4+ 16*0,1-4= 1,6

$$\sigma=\sqrt{D(X)}=\sqrt{1{,}6}$$

Задания для самостоятельного решения

Вариант 1

X_i	3	0	1	4
P_i	0,1	0,2	0,3	0,4

Вариант 2

X_i	3	0	1	4
P_i	0,1	0,2	0,2	0,5

Вариант 3

X_i	3	0	1	4
P_i	0,2	0,4	0,1	0,3

Вариант 4

X_i	3	0	1	4
P_i	0,3	0,3	0,2	0,2

Контрольные вопросы

1. Какая величина называется случайной, дискретной?
2. Как обозначается дискретная случайная величина?
3. Как записывается закон распределения д.с.величины?

7.Форма отчета: Выполните задания на листах

8. Место проведения самоподготовки: читальный зал библиотеки